

Organização de Dados

A partir de uma pesquisa, os resultados obtidos, chamados de dados brutos, estão de forma desordenada, geralmente na mesma ordem em que foram obtidos ao longo dessa pesquisa. Para começar a compreender melhor esses dados, é necessário fazer uma organização deles de modo a se conseguir extrair algumas informações para uma análise detalhada posterior a respeito das características de estudo.

A maneira mais elementar para se organizar inicialmente os dados provenientes de uma pesquisa é através da construção de tabelas, como veremos adiante.

1. ROL

Chama-se ROL a sequência dos dados brutos ordenada de forma **não decrescente**.

Exemplo

Suponhamos uma pesquisa em que 10 casais foram entrevistados com relação ao número de filhos que possuíam. Os resultados obtidos, na ordem das entrevistas (**dados brutos**) foram: 2, 1, 1, 3, 0, 1, 0, 0, 0, 2.

Para estes dados, podemos construir o ROL: 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3.

Importante: note que o ROL possui a mesma quantidade de dados inicialmente coletados. Ou seja, em nosso exemplo anterior, obteve-se 10 valores. Logo, o ROL deve possuir 10 valores também.

Clique na imagem ao lado e assista a

VÍDEO AULA desse conteúdo no Canal

Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o

download dos **SLIDES** da vídeo aula



2. Tabelas

Consiste em dispor os dados em linhas e colunas distribuídas de modo ordenado. A elaboração de tabelas segue as normas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Os principais elementos de uma tabela são:

- **título:** descreve que tipos de dados serão apresentados na tabela;
- **cabeçalho:** contém a descrição de cada coluna da tabela;
- **corpo:** contém os dados agrupados por linhas;
- **rodapé:** local onde se pode acrescentar informações complementares da tabela, tais como fonte dos dados, observações e notas.

Quando trabalhamos com dados quantitativos (numéricos), basicamente podemos construir dois tipos de tabelas, de acordo com as variáveis analisadas: tabela para variáveis discretas ou tabela para variáveis contínuas. Quando a variável é contínua, surge, na tabela, um elemento que agrupa tais valores chamado de **classe**.



3. Frequências

Frequências simples ou absolutas (f_i) - é o número de vezes que se observa determinado valor. A soma de todas as frequências absolutas corresponde ao **tamanho total da amostra (n)**:

$$\sum f_i = n$$

Frequências relativas (f_{ri}) – são os valores das razões (quociente) entre as frequências simples e a frequência total multiplicada por 100 para que os dados sejam apresentados em porcentagem:

$$f_{ri} = \frac{f_i}{n} \cdot 100$$

Frequência Acumulada Simples (F_i) – valores obtidos adicionando a cada frequência absoluta os valores das frequências anteriores. Algumas vezes esta frequência é representada através da notação f_{ac} .

$$F_k = f_1 + f_2 + \dots + f_k$$

Frequência Acumulada Relativa (F_{ri}) – É a frequência acumulada da classe, dividida pela frequência total da distribuição. Multiplicando-se o resultado por 100 obteremos as frequências em porcentagem. Algumas vezes esta frequência é representada através da notação f_{acr} .

$$F_{ri} = \frac{F_i}{\sum f_i} \cdot 100$$

4. Distribuição de Frequências

A tabela de dados brutos pode não ser prática para responder às questões de interesse, portanto, a partir da tabela de dados brutos, podemos construir uma nova tabela com as informações resumidas, para cada variável. Essa tabela é denominada de tabela de frequência (ou distribuição de frequência) e, como o nome indica, conterà os valores de variável e suas respectivas contagens.

Exemplo 1

Consideremos o quadro seguinte que mostra as notas de Estatística dos alunos de uma classe.

Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Nota	5,0	4,0	6,0	8,0	3,0	5,0	7,0	6,0	8,0	4,0	6,0	9,0	7,0	5,0	7,0	5,0	6,0	8,0	7,0	9,0	4,0	6,0	6,0	8,0	7,0

Os dados apresentados na tabela acima estão na forma primitiva (dados brutos).

Para facilitar, vamos escrever o ROL desse conjunto de dados:

3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9.

Agora, mostraremos, **passo a passo** como construir a tabela de distribuição de frequências.



1º PASSO

Identificar qual é a nossa variável de estudo (x_i). No caso, estamos analisando as notas dos alunos. Então, Notas correspondem aos valores que estamos observando (x_i) com uma respectiva frequência absoluta (f_i) que corresponde a quantidade de alunos que obteve determinada nota.

Assim, montamos o esqueleto da nossa tabela, sempre lembrando de colocar os totais na última linha.

Notas(x_i)	Nº de alunos(f_i)	F_i	f_{ri}	F_{ri}
Total				

2º PASSO

Verificamos no ROL quais valores foram observados, ou seja, quais as notas que existem no ROL. Marcamos, em ordem crescente, esses valores na coluna dos **valores observados** (x_i):

Notas(x_i)	Nº de alunos(f_i)	F_i	f_{ri}	F_{ri}
3,0				
4,0				
5,0				
6,0				
7,0				
8,0				
9,0				
Total				

3º PASSO

Vamos completar a coluna das frequências absolutas (f_i). A frequência absoluta de um certo valor corresponde a quantas vezes esse valor ocorreu em nosso conjunto de dados. Em nosso exemplo, a frequência absoluta corresponde a quantos alunos tirou determinada nota.

Notas(x_i)	Nº de alunos(f_i)	F_i	f_{ri}	F_{ri}
3,0	1			
4,0	3			
5,0	4			
6,0	6			
7,0	5			
8,0	4			
9,0	2			
Total				



4º PASSO

Calculamos o total da coluna f_i . Para isso, basta somar todos os valores que aparecem nessa coluna.

Notas(x_i)	Nº de alunos(f_i)	F_i	f_{ri}	F_{ri}
3,0	1			
4,0	3			
5,0	4			
6,0	6			
7,0	5			
8,0	4			
9,0	2			
Total	25			



Fique atento!

O total calculado na coluna f_i deverá ser igual a quantidade de dados brutos e, também, igual a quantidade de valores presentes no ROL.

Esse total (no caso do exemplo é igual a 25) geralmente é **representado por n** e corresponde ao tamanho da nossa amostra.

5º PASSO

Cálculo da frequência acumulada (F_i). Os valores dessa coluna tem como objetivo “acumular” a soma dos valores das frequências absolutas até a linha em questão. A ideia aqui é formar sempre um L, conforme veremos a seguir: o campo em verde é preenchido com a soma de todos os valores da coluna amarela.

Notas(x_i)	Nº de alunos(f_i)	F_i	f_{ri}	F_{ri}
3,0	1	1		
4,0	3			
5,0	4			
6,0	6			
7,0	5			
8,0	4			
9,0	2			
Total	25			



Notas(x _i)	Nº de alunos(f _i)	F _i	f _{ri}	F _{ri}
3,0	1	1		
4,0	3	4		
5,0	4			
6,0	6			
7,0	5			
8,0	4			
9,0	2			
Total	25			

Notas(x _i)	Nº de alunos(f _i)	F _i	f _{ri}	F _{ri}
3,0	1	1		
4,0	3	4		
5,0	4	8		
6,0	6			
7,0	5			
8,0	4			
9,0	2			
Total	25			

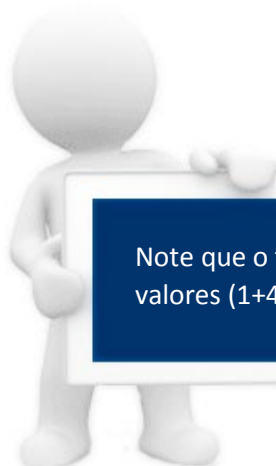
Notas(x _i)	Nº de alunos(f _i)	F _i	f _{ri}	F _{ri}
3,0	1	1		
4,0	3	4		
5,0	4	8		
6,0	6	14		
7,0	5			
8,0	4			
9,0	2			
Total	25			

Notas(x _i)	Nº de alunos(f _i)	F _i	f _{ri}	F _{ri}
3,0	1	1		
4,0	3	4		
5,0	4	8		
6,0	6	14		
7,0	5	19		
8,0	4			
9,0	2		8%	100%
Total	25			

Notas(x _i)	Nº de alunos(f _i)	F _i	f _{ri}	F _{ri}
3,0	1	1		
4,0	3	4		
5,0	4	8		
6,0	6	14		
7,0	5	19		
8,0	4	23		
9,0	2			
Total	25			



Notas(x _i)	Nº de alunos(f _i)	F _i	f _{ri}	F _{ri}
3,0	1	1		
4,0	3	4		
5,0	4	8		
6,0	6	14		
7,0	5	19		
8,0	4	23		
9,0	2	25		
Total	25	---		



Note que o total da coluna F_i não deverá ser calculado, visto que a soma dos valores (1+4+8+14+19+23+25 = 94) não possui significado algum.

6º PASSO

Calcularemos, agora, as frequências relativas absolutas (f_{ri}). Para calcular, devemos dividir, para cada linha da tabela, a frequência absoluta (f_i) pelo total (n). O resultado da divisão poderá ser multiplicado por 100 de modo a ser apresentado na forma de porcentagem. Nos exemplos a seguir, dividimos a célula indicada em amarelo pelo total da coluna (indicado em vermelho). O resultado foi multiplicado por 100 e colocado na célula azul.

Fazemos, aqui, $(1 / 25) \times 100 = 4\%$:

Notas(x _i)	Nº de alunos(f _i)	F _i	f _{ri}	F _{ri}
3,0	1	1	4%	
4,0	3	4		
5,0	4	8		
6,0	6	14		
7,0	5	19		
8,0	4	23		
9,0	2	25		
Total	25	---		



Fazemos, aqui, $(3 / 25) \times 100 = 12\%$:

Notas(x _i)	Nº de alunos(f _i)	F _i	f _{ri}	F _{ri}
3,0	1	1	4%	
4,0	3	4	12%	
5,0	4	8		
6,0	6	14		
7,0	5	19		
8,0	4	23		
9,0	2	25		
Total	25	---		

Fazemos, aqui, $(4 / 25) \times 100 = 16\%$:

Notas(x _i)	Nº de alunos(f _i)	F _i	f _{ri}	F _{ri}
3,0	1	1	4%	
4,0	3	4	12%	
5,0	4	8	16%	
6,0	6	14		
7,0	5	19		
8,0	4	23		
9,0	2	25		
Total	25	---		

Proseguimos com o mesmo procedimento até a última linha da tabela. Neste caso, fazemos $(2 / 25) \times 100 = 8\%$:

Notas(x _i)	Nº de alunos(f _i)	F _i	f _{ri}	F _{ri}
3,0	1	1	4%	
4,0	3	4	12%	
5,0	4	8	16%	
6,0	6	14	24%	
7,0	5	19	20%	
8,0	4	23	16%	
9,0	2	25	8%	
Total	25	---	100%	



ATENÇÃO!

A soma de todas as porcentagens deverá ser exatamente igual a 100%. Caso utilize 1 ou 2 casas decimais, verifique se a soma é igual a 100,0% ou 100,00%. É **errado** deixar valores que somem, por exemplo, 99,99% ou 100,01%!

7º PASSO

Cálculo da coluna de frequências relativas acumuladas (**F_{ri}**). Esta coluna pode ser calculada com base na coluna de frequências relativas absolutas (f_{ri}), de modo análogo ao que fizemos no 5º PASSO. Veja **alguns** resultados:



Notas(x_i)	Nº de alunos(f_i)	F_i	f_{ri}	F_{ri}
3,0	1	1	4%	4%
4,0	3	4	12%	16%
5,0	4	8	16%	
6,0	6	14	24%	
7,0	5	19	20%	
8,0	4	23	16%	
9,0	2	25	8%	
Total	25	---	100%	

⋮

Notas(x_i)	Nº de alunos(f_i)	F_i	f_{ri}	F_{ri}
3,0	1	1	4%	4%
4,0	3	4	12%	16%
5,0	4	8	16%	32%
6,0	6	14	24%	56%
7,0	5	19	20%	76%
8,0	4	23	16%	
9,0	2	25	8%	
Total	25	---	100%	

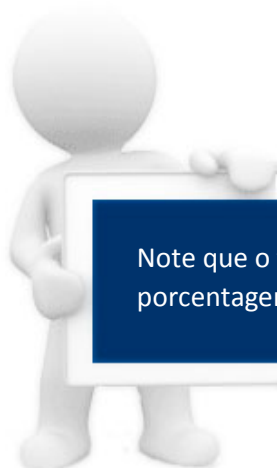
⋮

Notas(x_i)	Nº de alunos(f_i)	F_i	f_{ri}	F_{ri}
3,0	1	1	4%	4%
4,0	3	4	12%	16%
5,0	4	8	16%	32%
6,0	6	14	24%	56%
7,0	5	19	20%	76%
8,0	4	23	16%	92%
9,0	2	25	8%	
Total	25	---	100%	

A tabela de frequências completa será:

Notas(x_i)	Nº de alunos(f_i)	F_i	f_{ri}	F_{ri}
3,0	1	1	4%	4%
4,0	3	4	12%	16%
5,0	4	8	16%	32%
6,0	6	14	24%	56%
7,0	5	19	20%	76%
8,0	4	23	16%	92%
9,0	2	25	8%	100%
Total	25	---	100%	---





Note que o total da coluna F_{ri} não deverá ser calculado, visto que a soma das porcentagens não pode ser maior que 100%.



Fique atento!

As colunas f_{ri} e F_{ri} **não precisam**, necessariamente, apresentar os valores em porcentagens. Elas podem exibir os resultados decimais (valores de 0 a 1) e possuem o mesmo significado e interpretação de quando são exibidos com o símbolo %.

Uma alternativa à construção da tabela anterior seria a de colocar os valores das frequências relativas absolutas (f_{ri}) e acumuladas (F_{ri}) na forma decimal, ou seja, no cálculo, basta não multiplicarmos o resultado da divisão por 100 conforme explicado anteriormente. Nesse caso, todos os valores estariam dentro do intervalo de 0 a 1. Consequentemente, a soma dos valores da coluna f_{ri} seria exatamente 1. Nossa tabela ficaria:

Notas(x_i)	Nº de alunos(f_i)	F_i	f_{ri}	F_{ri}
3,0	1	1	0,04	0,04
4,0	3	4	0,12	0,16
5,0	4	8	0,16	0,32
6,0	6	14	0,24	0,56
7,0	5	19	0,20	0,76
8,0	4	23	0,16	0,92
9,0	2	25	0,08	1
Total	25	---	1	---

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula



5. Classes

Quando temos dados brutos provenientes de uma variável contínua, devemos agrupá-los, para a construção de uma tabela, em **intervalos** que também são conhecidos por **classes**.

Os tipos de classes ou intervalos estão exemplificados na tabela a seguir:

Representação 1	Representação 2	Significado
5 - 8	[5 ; 8[Inclui o valor a esquerda; exclui o valor à direita.
5 - 8]5 ; 8]	Exclui o valor a esquerda; inclui o valor à direita.
5 - 8	[5 ; 8]	Inclui o valor a esquerda; inclui o valor à direita.
5 - 8]5 ; 8[Exclui o valor a esquerda; exclui o valor à direita.

Exemplo

Consideremos o seguinte ROL:

16, 18, 20, 20, 20, 20, 22, 23, 23, 25, 25, 26, 26, 29, 30.

Vamos construir três tabelas, apenas para compararmos as formas de agrupamento de acordo com a representação utilizada:

Tabela 1

Classes	quantidade
15 - 20	2
20 - 25	7
25 - 30	6
Total	15

Tabela 2

Classes	quantidade
15 - 20	6
20 - 25	5
25 - 30	4
Total	15

Tabela 3

Classes	quantidade
15 - 20	6
20 - 25	3
25 - 30	6
Total	15



Embora as três tabelas estejam corretas, o mais comum é trabalharmos com um padrão, conforme ocorre nas tabelas 1 e 2. Dentre esses dois padrões, o mais comum é o da tabela 1. Note que na última classe da tabela 1, fechamos os dois extremos, visto que o valor 30 pertencia ao nosso conjunto de dados brutos representados no ROL e esse valor corresponde ao maior valor da última classe da tabela. Assim, a última classe ficou com intervalo fechado tanto a esquerda quanto a direita. Isso pode, e deve, ser feito, quando o maior valor do ROL coincidir com o valor representado na última classe evitando que precisemos criar uma nova classe para inserir um único valor.

Clique na imagem ao lado e assista a
VÍDEO AULA desse conteúdo no Canal
Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o
download dos **SLIDES** da vídeo aula



6. Limite inferior e limite superior

Limite inferior é sempre o valor da esquerda. Vamos abreviar o limite inferior por **LI**. Considerando as tabelas 1, 2 e 3 anteriores, na primeira classe temos $LI=15$, na segunda classe, $LI=20$ e, por fim, na terceira classe temos $LI=30$.

Limite superior é sempre o valor da direita. Vamos abreviar o limite superior por **LS**. Considerando as tabelas 1, 2 e 3 anteriores, na primeira classe temos $LS=20$, na segunda classe, $LS=30$ e, por fim, na terceira classe temos $LS=50$.

7. Amplitude de classe e amplitude total

Consideremos a tabela 1 apresentado no exemplo anterior. Perceba que todas as classes possuem o mesmo tamanho. A primeira classe é 15 |– 20. O **limite inferior** da primeira classe é 15. O **limite superior** da primeira classe é 20. **A amplitude de classe corresponde à diferença entre o limite superior e inferior**. Ou seja: amplitude de classe = $20-15 = 5$.

Ainda com relação à tabela 1, vamos observar os extremos da tabela. O **mínimo** é 15, enquanto que o **máximo** vale 30. Portanto, a **amplitude total** da tabela é $30 - 15 = 15$.

Clique na imagem ao lado e assista a
VÍDEO AULA desse conteúdo no Canal
Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o
download dos **SLIDES** da vídeo aula



Exemplo – tabela de frequências para variáveis contínuas

A tabela de distribuição de frequências abaixo representa a altura de 40 jovens. Note que altura é uma variável **contínua** e, por isso, estamos trabalhando com os dados agrupados em **classes**:



classes	f_i	fr_i	F_i	Fr_i
150 – 154	4	10,0%	4	10,0%
154 – 158	9	22,5%	13	32,5%
158 – 162	11	27,5%	24	60,0%
162 – 166	8	20,0%	32	80,0%
166 – 170	5	12,5%	37	92,5%
170 – 174	3	7,5%	40	100%
Total	40	100%	---	---

Clique na imagem ao lado e assista a
VÍDEO AULA desse conteúdo no Canal
Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o
download dos **SLIDES** da vídeo aula



8. Ponto médio de uma classe

Mais adiante, veremos que precisaremos de um valor conhecido como ponto médio, todas as vezes em que estivermos trabalhando com tabelas contendo classes.

O ponto médio de cada classe é obtido somando os limites superior e inferior da classe e dividindo o resultado por 2.

Em outras palavras, o ponto médio nada mais é do que a média aritmética dos limites superior e inferior da classe em questão.

Geralmente, o ponto médio é representado por x_i e, portanto:

$$x_i = \frac{LI + LS}{2}$$

Exemplo

Classes	Ponto Médio (x_i)
10 — 19	$\frac{10+19}{2}=14,5$
19 — 28	$\frac{19+28}{2}=23,5$
28 — 37	$\frac{28+37}{2}=32,5$
37 — 46	$\frac{37+46}{2}=41,5$
46 — 55	$\frac{46+55}{2}=50,5$
55 — 64	$\frac{55+64}{2}=59,5$
64 — 73	$\frac{64+73}{2}=68,5$



Clique na imagem ao lado e assista a
VÍDEO AULA desse conteúdo no Canal
Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o
download dos **SLIDES** da vídeo aula



9. Escolha do número e tamanho de classes

Spiegel (1975) apresenta algumas sugestões de como elaborar uma distribuição de frequências:

- “1. Determinam-se o maior e o menor número dos dados brutos e, então, calcula-se a amplitude total do rol (diferença entre o maior e o menor daqueles números).
2. Divide-se a amplitude total em um número conveniente de intervalos de classe que tenham a mesma amplitude. Se isto não é possível, usam-se intervalos de classe de amplitudes diferentes ou abertos. O número de intervalos de classe é comumente tomado entre 5 e 20, dependendo dos dados. Os intervalos de classe são escolhidos também, de maneira que seus pontos médios coincidam com os dados realmente observados. Isso tende a diminuir o denominado erro de agrupamento que surge em análises matemáticas ulteriores. Entretanto, os limites reais de classe não coincidiriam com os dados realmente observados.
3. Determinam-se o número de observações que caem dentro de cada intervalo de classe, isto é, calculam-se as frequências de classe.”

Vejamos, também, o que Lima (2001) diz a respeito: “apesar de não adotarmos nenhuma regra formal quanto ao total de faixas, utilizamos, em geral, de 5 a 8 faixas com mesma amplitude. Entretanto, ressaltamos que faixas de tamanho desigual podem ser convenientes para representar valores na extremidade da tabela.”

Assim, mais uma vez, notamos que as classes podem ser formadas de acordo com um critério *subjetivo*, mas não dispensando o *bom senso*. Em nosso caso, os valores extremos (1,55m e 1,90m) coincidem com valores de fato observados. Nem sempre é necessário que ocorra tal coincidência. Por exemplo, na tabela, nosso valor poderia ser 1,50m, porém, conforme vimos, isso acarretaria em uma perda maior ainda de informações.

Nas duas tabelas que construímos, utilizamos 4 classes. Três delas possuem tamanho 0,10 e apenas uma tem 0,05. Ao contrário do que afirmam alguns autores, os tamanhos das classes não precisam ser iguais e, também, não existe uma regra fixa para se determinar o número de classes. Daremos a seguir 5 formas de determinarmos a quantidade e o tamanho de cada classe. Para isso, suponhamos uma amostra de tamanho 200 em que observamos as idades das pessoas. A menor idade foi 10 anos e a maior, 70 anos.

1º) Classes desiguais: critério subjetivo

As classes variam segundo os interesses do pesquisador. Exemplo:

Classes	Critério	Amplitude de classe
10 — 14	crianças	4
14 — 18	adolescentes	4
18 — 30	adultos jovens	12
30 — 40	adultos	10
40 — 60	adultos velhos	20



60 — 70	idosos	10
-----------	--------	----

Foram construídas 6 classes, de acordo com algumas fases da vida. As classes apresentam tamanhos (amplitudes) diferentes.

2º) Classes de mesmo tamanho; número de classes pré-fixado

Suponhamos que desejamos construir 7 classes. O valor mínimo da nossa amostra é 10 e o máximo é 70. A amplitude total (AT) é:

$$AT = \text{máx.} - \text{mín.}$$

$$AT = 70 - 10 = 60$$

Como o número de classes (k) é 7, a amplitude de cada classe (h) é:

$$h = AT / k$$

$$h = 60 / 7 \cong 8,57$$

Vamos utilizar $h = 9$. Obteremos:

Classes
10 — 19
19 — 28
28 — 37
37 — 46
46 — 55
55 — 64
64 — 73

Utilizamos uma amplitude de classe um pouco superior à calculada. Por isso, a 7ª classe vai de 64 até 73 (embora o maior valor observado seja 70).

Clique na imagem ao lado e assista a
VÍDEO AULA desse conteúdo no Canal
Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o
download dos **SLIDES** da vídeo aula



3º) Regra de Sturges

É uma das regras mais utilizadas na prática. Vamos utilizar a regra de Sturges para calcular o número de classes (k). Se tivermos n valores, o número de classes será:

$$k = 1 + 3,3 \cdot \log n$$

Essa fórmula pode ser “resumida” na tabela a seguir:



n	k
3 à 5	3
6 à 11	4
12 à 22	5
23 à 46	6
47 à 90	7
91 à 181	8
182 à 362	9

(Fonte: <http://www.geocities.com/Paris/Rue/5045/2A6.HTM>)

Em nosso caso, $n = 200$. Logo:

$$k = 1 + 3,3 \cdot \log 200$$

$$k = 1 + 3,3 \cdot 2,3010$$

$$k = 1 + 7,5933$$

$$k = 8,5933 \cong 9$$

A amplitude de cada classe é

$$h = \frac{70 - 10}{9} = 6,6 \cong 7$$

Finalmente, as classes são:

Classes
10 — 17
17 — 24
24 — 31
31 — 38
38 — 45
45 — 52
52 — 59
59 — 66
66 — 73

Clique na imagem ao lado e assista a
VÍDEO AULA desse conteúdo no Canal
Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o
download dos **SLIDES** da vídeo aula



Exemplo

Construir uma tabela com as distribuições de frequências absoluta e acumulada para os 80 valores a seguir, utilizando a Regra de Sturges:



5,1	5,3	5,3	5,6	5,8	5,9	6	6,1	6,2	6,2
6,3	6,3	6,3	6,4	6,4	6,4	6,5	6,5	6,6	6,7
6,7	6,8	6,8	6,9	6,9	7	7,1	7,1	7,2	7,2
7,3	7,4	7,5	7,5	7,6	7,6	7,6	7,7	7,7	7,8
7,8	7,9	7,9	8	8	8,1	8,2	8,3	8,4	8,5
8,5	8,6	8,7	8,8	8,9	8,9	9	9,1	9,2	9,4
9,4	9,5	9,5	9,6	9,8	9	9	10	10,2	10,2
10,4	10,6	10,8	10,9	11,2	11,5	11,8	12,3	12,7	14,9

Observando a tabela, temos que:

- Total de dados: $n=80$.
- Limite inferior (ou valor mínimo): $LI = 5,1$.
- Limite superior (ou valor máximo): $LS = 14,9$.
- Amplitude total: $AT = LS - LI = 14,9 - 5,1 = 9,8$
- Número de classes (fórmula de Sturges):

$$k = 1 + 3,3 \cdot \log n$$

$$k = 1 + 3,3 \cdot \log 80$$

$$k = 7,28$$

Arredondando, temos: $k = 7$.

- Amplitude do intervalo de cada classe:

$$h = \frac{9,8}{7} = 1,4$$

Quando necessário, **arredondar o valor de h sempre para mais.**

A partir desse resultado, construímos a tabela:

Classe	f_i	F_i	f_{ri}
5,1 — 6,5	16	16	20,00%
6,5 — 7,9	25	41	31,25%
7,9 — 9,3	18	59	22,50%
9,3 — 10,7	13	72	16,25%
10,7 — 12,1	5	77	6,25%
12,1 — 13,5	2	79	2,50%
13,5 — 14,9	1	80	1,25%
Total	80	--	100%



Clique na imagem ao lado e assista a
VÍDEO AULA desse conteúdo no Canal
Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o
download dos **SLIDES** da vídeo aula



4º) Critério da raiz quadrada

O número de classes (k) é dado por

$$k = \sqrt{n}$$

Em nosso exemplo:

$$k = \sqrt{200} \cong 14,1 \cong 14$$

O tamanho de cada classe é

$$h = \frac{70 - 10}{14} \cong 4,3$$

Vamos considerar $h = 5$. Teremos:

Classes	
10	— 15
15	— 20
20	— 25
25	— 30
30	— 35
35	— 40
40	— 45
45	— 50
50	— 55
55	— 60
60	— 65
65	— 70

Nota: a última classe teve os dois extremos fechados.

Clique na imagem ao lado e assista a
VÍDEO AULA desse conteúdo no Canal
Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o
download dos **SLIDES** da vídeo aula



5º) Critério da desigualdade: k é o menor inteiro tal que $2^k \geq n$

(fonte: http://alea-estp.ine.pt/ingles/html/nocoos/html/cap3_25.html)

Em nosso caso, devemos descobrir k tal que $2^k \geq 200$. Como $2^7 = 128$ e $2^8 = 256$, então $k = 8$.

Amplitude:

$$h = \frac{70 - 10}{8} = 7,5 \cong 8$$

As classes:

Classes
10 — 18
18 — 26
26 — 34
34 — 42
42 — 50
50 — 58
58 — 66
66 — 74

Em resumo, qualquer regra para determinação do número de classes não nos leva a uma decisão final, que depende, na realidade, de um julgamento do pesquisador.

Clique na imagem ao lado e assista a
VÍDEO AULA desse conteúdo no Canal
Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o
download dos **SLIDES** da vídeo aula



10. Alguns problemas na montagem das classes

Vejamos alguns exemplos que nos permitam verificar alguns problemas que ocorrem com certa frequência na escolha das classes a serem utilizadas.



Tabela A:

Salários (R\$)	Frequência
500 — 600	8
600 — 700	10
700 — 800	16
800 — 900	15
900 — 1000	10
1000 — 1100	5
1100 — 1200	3
1200 — 1300	0
1300 — 1400	1
1400 — 1500	0
1500 — 1600	1
1600 — 1700	0
1700 — 1800	1
<i>Total</i>	70

Na tabela A, foi mantida a mesma amplitude de intervalo de classe (R\$ 100) em toda a tabela. Como resultado, há muitas classes com frequência igual a zero e os detalhes são “escassos” para salários altos.

Tabela B:

Salários (R\$)	Frequência
500 — 600	8
600 — 700	10
700 — 800	16
800 — 900	15
900 — 1000	10
1000 — 1100	5
1100 — 1200	3
1200 ou mais	3
<i>Total</i>	70

Na tabela B, as classes vazias e os detalhes escassos foram evitados mediante emprego do intervalo aberto “1200 ou mais”. A desvantagem disso é que a tabela torna inaplicável a realização de certos cálculos matemáticos.

Tabela C:

Salários (R\$)	Frequência
500 — 700	18
700 — 900	31
900 — 1100	15
1100 — 1300	3
1300 — 1500	1
1500 — 1700	1
1700 — 1900	1
<i>Total</i>	70

Na tabela C, foi adotada uma amplitude do intervalo de classe igual a R\$ 200. Uma desvantagem é que desaparecem muitas informações referentes aos salários menores e os detalhes ainda são escassos para salários mais altos.



Tabela D:

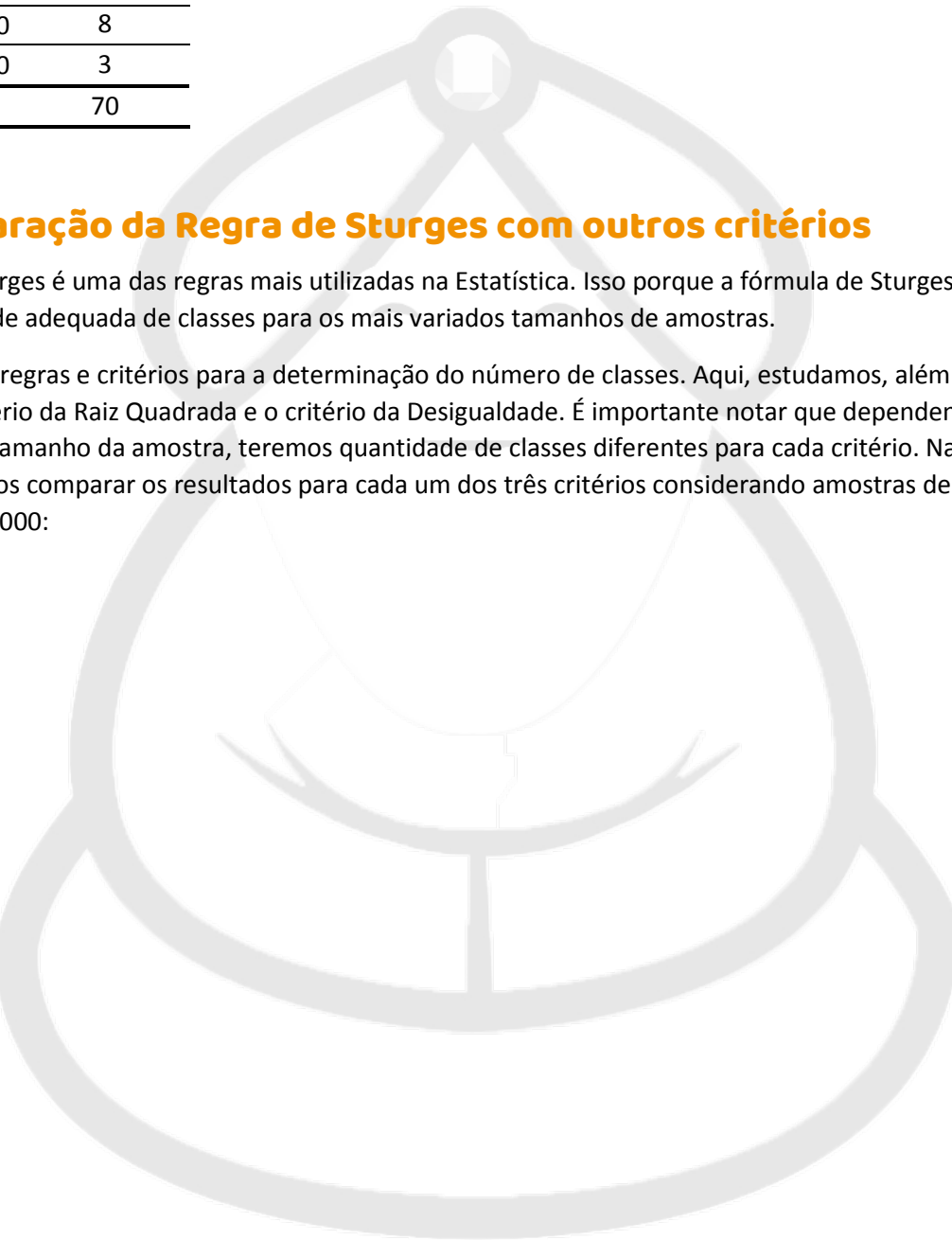
Salários (R\$)	Frequência
500 — 600	8
600 — 700	10
700 — 800	16
800 — 900	15
900 — 1000	10
1000 — 1200	8
1200 — 1900	3
<i>Total</i>	70

Na tabela D, foram empregadas amplitudes de intervalo de classe desiguais. Uma desvantagem é que certos cálculos matemáticos (quando feitos sem o auxílio de um computador) perdem a simplicidade. Também, quanto maior for a amplitude do intervalo de classe, tanto maior será o erro de agrupamento.

11. Comparação da Regra de Sturges com outros critérios

A Regra de Sturges é uma das regras mais utilizadas na Estatística. Isso porque a fórmula de Sturges nos fornece uma quantidade adequada de classes para os mais variados tamanhos de amostras.

Existem várias regras e critérios para a determinação do número de classes. Aqui, estudamos, além da Regra de Sturges, o critério da Raiz Quadrada e o critério da Desigualdade. É importante notar que dependendo do critério adotado e do tamanho da amostra, teremos quantidade de classes diferentes para cada critério. Na tabela a seguir, podemos comparar os resultados para cada um dos três critérios considerando amostras de tamanhos 20, 200, 2000 e 20000:



Fórmulas		
Sturges $k = 1 + 3,3 \cdot \log n$	Raiz $k = \sqrt{n}$	Desigualdade $2^k \geq n$
n=20		
Sturges k=5	Raiz k=4	Desigualdade k=5
n=200		
Sturges k=9	Raiz k=14	Desigualdade k=8
n=2.000		
Sturges k=12	Raiz k=45	Desigualdade k=11
n=20.000		
Sturges k=15	Raiz k=141	Desigualdade k=15

Perceba que o critério da Raiz Quadrada só é adequado para valores pequenos de n (funciona bem para valores de n menores que 100 ou, no máximo, 150). Já o critério da Desigualdade e a Regra de Sturges, nos fornecem resultados muito próximos. Porém, devido a dificuldade em se calcular o valor de k no critério da Desigualdade, geralmente acabamos por optar em trabalhar com a Regra de Sturges.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da video aula



12. Exercícios

1) A massa (em quilogramas) de 17 trabalhadores de uma empresa com 100 funcionários está registrada a seguir: 52 73 80 65 50 70 80 65 70 77 82 91 52 68 86 70 80.

Com base nos dados obtidos, responda:

- Qual a população e a unidade estatística dessa pesquisa?
- Qual é a sua amostra?
- Qual é a variável nessa pesquisa? Ela é discreta ou contínua?
- Que frequências absolutas têm os valores 65 kg, 75 kg, 80 kg e 90 kg?

2) Em uma escola, o conceito de cada bimestre é representado por letras: A, B, C, D e E. Em um determinado bimestre, os conceitos, em Ciências, dos alunos de uma determinada série foram os seguintes:

Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Conceito	B	A	C	C	D	C	D	A	A	C	E	D	D	C	B	C	B	C	C	B

Nessas condições, elabore um quadro de distribuição de frequências absolutas e frequências absolutas acumuladas.

3) A cantina de uma escola selecionou 50 alunos ao acaso e verificou o número de vezes por semana que eles compravam lanche., obtendo os seguintes resultados: 0; 2; 2; 4; 3; 2; 2; 1; 1; 2; 1; 1; 0; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 3; 2; 2; 2; 0; 2; 2; 1; 1; 0; 2; 0; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 1; 2; 5; 4.

- Construa uma tabela de distribuição de frequências absolutas e frequências absolutas acumuladas com esses dados.
- Quantos alunos compram pelo menos 2 lanches por semana?

4) Numa pesquisa de opinião pública com 800 telespectadores sobre o programa de televisão de sua preferência, obteve-se a seguinte tabela de frequências absolutas:

PROGRAMA DE TV	NÚMERO DE TELESPECTADORES
Novelas	360
Esportes	128
Filmes	80
Noticiários	32
Shows	200

Construa uma tabela com distribuição de frequências relativas.



5) Um dado foi jogado 20 vezes. Em cada jogada foram obtidos os seguintes pontos: 1, 5, 6, 5, 2, 2, 2, 4, 6, 5, 2, 3, 3, 1, 6, 6, 5, 5, 4, 2.

- a) Elabore um quadro com distribuição de frequências absolutas, frequências absolutas acumuladas, frequências relativas e frequências relativas acumuladas.
- b) Quantas vezes o número 3 foi obtido no dado?
- c) Quantas vezes o número obtido no dado foi menor que 5?
- d) Qual o índice, em porcentagem, em que o número 6 foi obtido no dado?
- e) Qual o índice, em porcentagem, em que números maiores que 4 foram obtidos?

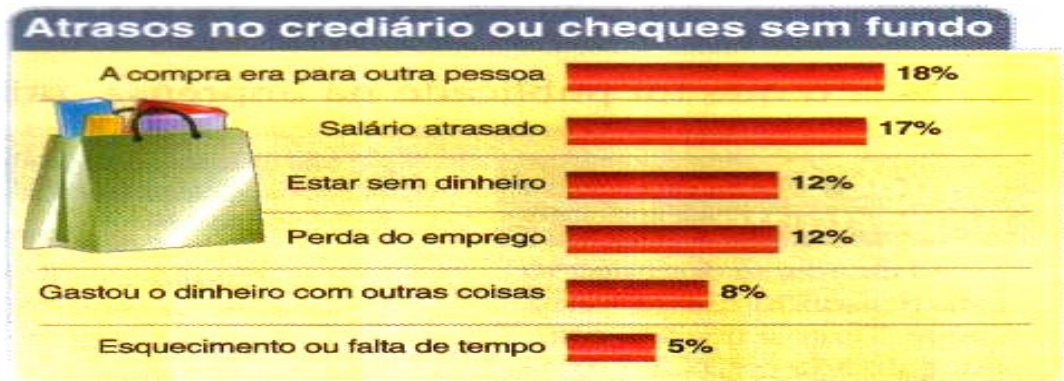
Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula



6) Veja os principais motivos alegados por 30 000 devedores, pesquisados em uma região metropolitana, ao justificar atrasos do crediário ou cheques sem fundo.



Quais as frequências absolutas para cada tipo devedor?

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula



7) A tabela abaixo apresenta as vendas de determinado aparelho elétrico, durante um mês, por uma firma comercial. Apresente os resultados numa distribuição de frequência discreta.

14 12 11 13 14 13
 12 14 13 14 11 12
 12 14 10 13 15 11
 15 13 16 17 14 14

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula



8) Considerando as notas de um teste de inteligência aplicado a 100 alunos, apresentar os resultados numa distribuição de frequência absoluta e relativa. Utilize a regra de Sturges.

62	72	74	78	81	84	86	89	94	98
63	72	74	78	81	84	86	90	94	98
64	72	75	78	82	84	86	90	95	99
66	73	75	78	82	85	86	90	95	101
67	73	76	79	82	85	86	91	95	102
68	73	76	80	83	85	86	92	96	103
70	73	76	80	83	85	87	92	96	103
70	73	76	81	83	85	87	92	96	103
71	73	78	81	83	85	88	93	98	105
71	74	78	81	83	86	89	93	98	108

9) Os salários de 20 funcionários de uma certa empresa estão listados no rol:

525, 579, 580, 599, 606, 613, 700, 780, 890, 900, 1100, 1150, 1200, 1300, 1300, 1330, 1450, 1500, 1500, 1500.

Complete a tabela:

R\$	Freq. absoluta	Freq. acumulada	Freq. Relativa absoluta	Ponto médio
500 – 700				
700 – 900				
900 – 1100				
1100 – 1300				
1300 – 1500				
Total				

Baseado na tabela, responda:

a) Qual a amplitude total?



- b) Qual a amplitude de classe?
 c) Qual o limite inferior da segunda classe?
 d) Qual o limite superior da terceira classe?
 e) Quantos funcionários ganham pelo menos R\$ 1100,00?
 f) Qual a porcentagem de funcionários que ganha no máximo R\$ 900,00?

Clique na imagem ao lado e assista a
VÍDEO AULA com a resolução deste
 exercício no Canal Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o
 download dos **SLIDES** da vídeo aula



10) A tabela abaixo apresenta uma distribuição de frequência das áreas de 400 lotes:

ÁREAS(m ²)	Nº de LOTES
300 – 400	14
400 – 500	46
500 – 600	58
600 – 700	76
700 – 800	68
800 – 900	62
900 – 1000	48
1000 – 1100	22
1100 – 1200	6

Com referência a essa tabela, determine:

- a) A amplitude total.
 b) O limite superior da quinta classe.
 c) O limite inferior da oitava classe.
 d) O ponto médio da sétima classe (x_i).
 e) A amplitude do intervalo da segunda classe.
 f) A frequência da quarta classe.
 g) A frequência relativa da sexta classe.
 h) A frequência acumulada da quinta classe.
 i) O número de lotes cuja área não atinge 700m².
 j) O número de lotes cuja área atinge e ultrapassa 800m².
 k) A porcentagem dos lotes cuja área não atinge 600m².
 l) A classe do 72º lote.
 m) A porcentagem dos lotes cuja área é de 500 m², no mínimo, mas inferior a 1000 m².
 n) A porcentagem dos lotes cuja área seja maior ou igual a 900 m².



11) Complete a tabela de frequência a seguir:

Estaturas(cm)	f_i	x_i	f_{ri}	F_i	F_{ri}
150 — 154	4	$\frac{150+154}{2} = 152$	$\frac{4}{40} = 0,1.100 = 10\%$	4	10%
154 — 158	9			13	32,5%
158 — 162	11				
162 — 166	8				
166 — 170	5				
170 — 174	3				
Total	40		100%		

12) Foi realizada uma entrevista com 30 pessoas a respeito do número de irmãos que elas possuíam. Os resultados são apresentados no ROL: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5.

- a) Construa uma tabela com as frequências absolutas, frequências absolutas acumuladas e frequências relativas.
- b) Quantas pessoas possuem pelo menos 2 irmãos?
- c) Qual a porcentagem de pessoas que possui no máximo 1 irmão?
- d) Quantas pessoas tem menos que 3 irmãos?

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula



13) Os pesos de 40 alunos de uma classe estão descritos abaixo:

69 57 72 54 93 68 72 58 64 62
 65 76 60 49 74 59 66 83 70 45
 60 81 71 67 63 64 53 73 81 50
 67 68 53 75 65 58 80 60 63 53

Pede-se:

- a) Dispor os dados em um rol;
- b) Construir uma distribuição de frequência do tipo contínua utilizando a fórmula de Sturges. Dado: $\log 40 = 1,60$.



Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula



14) No quadro a seguir estão registradas as massas, em quilograma, de 50 pessoas que frequentam uma academia de ginástica. Use a fórmula de Sturges.

47 57 63 68 72 74 77 81 88 91
 49 57 64 69 72 75 80 82 88 92
 50 58 64 69 73 76 80 83 90 94
 52 59 65 70 73 77 81 86 90 96
 55 60 68 71 74 77 81 87 91 97

Faça uma tabela de distribuição de frequências contendo: frequências absolutas, os pontos médios dos intervalos e as frequências relativas.

15) Conhecidas as notas de 50 alunos, obtenha uma distribuição de frequência com intervalos de classes iguais a 10 considerando o limite inferior da tabela igual a 30.

33 35 35 39 41 41 42 45 47 48
 50 52 53 54 55 55 56 57 59 60
 61 64 65 65 65 66 67 68 68 69
 71 73 73 73 74 74 76 77 78 80
 81 84 85 85 88 89 91 94 94 98

Determine:

- a) a frequência relativa
- b) a frequência acumulada
- c) a frequência acumulada relativa
- d) o intervalo de maior frequência
- e) o limite inferior da 5ª classe
- f) a amplitude total da distribuição
- g) quantas classes contém pelo menos 15% das observações?
- h) quantos alunos obtiveram nota menor que 50?
- i) quanto alunos obtiveram nota maior ou igual a 70?
- j) qual a porcentagem de alunos que obtiveram nota maior ou igual a 40 e menor que 60?
- k) qual o limite superior da terceira classe?
- l) qual o ponto médio da quarta classe?
- m) qual a porcentagem de alunos que obtiveram nota inferior a 90?
- n) qual a porcentagem de alunos que obteve nota pelo menos igual a 50?



16) Considerando os resultados de 100 lançamentos de um dado, forme uma distribuição de frequência com esses dados e depois responda às questões:

1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	6	6	6	6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

- qual resultado teve a maior ocorrência?
- qual a frequência do resultado que teve a menor ocorrência?
- qual a porcentagem de lançamentos que obtiveram resultados menores que 5?
- qual a frequência relativa do resultado 6?
- quantas vezes o número obtido no dado foi maior que 1?

17) Uma pesquisa sobre a idade, em anos de uma classe de calouros de uma faculdade, revelou os seguintes valores:

18	17	18	20	21	19	20	18	17	19
20	18	19	18	19	21	18	19	18	18
19	19	21	20	17	19	19	18	18	19
18	21	18	19	19	20	19	18	19	20
18	19	19	18	20	20	18	19	18	18

Determine as frequências absolutas relativas, frequências acumuladas e frequências acumuladas relativas e, em seguida, responda:

- quantas pessoas possuem idade igual a 17 anos?
- qual a porcentagem de calouros com 18 anos?
- qual a porcentagem de pessoas com idade maior ou igual a 19 anos?
- quantos alunos possuem idade entre 18 e 20, incluindo 18 e 20?



18) O Departamento Pessoal de certa firma fez um levantamento dos salários dos 150 funcionários do setor administrativo, obtendo os seguintes resultados:

Classe	Faixa salarial (SM)	Nº de funcionários
1	0 — 2	30
2	2 — 4	36
3	4 — 6	21
4	6 — 8	18
5	8 — 10	15
6	10 — 12	12
7	12 — 14	9
8	14 — 16	6
9	16 — 18	3
Total		

Com referência a essa tabela, determine:

- determine as frequências simples relativas, frequências absolutas acumuladas e frequências relativas acumuladas.
- a frequência da quinta classe.
- a frequência relativa da oitava classe.
- a frequência acumulada da sexta classe.
- o número de funcionários que ganham até 10 salários (exclusive).
- o número de funcionários que ganham pelo menos 12 salários.
- a porcentagem dos funcionários que ganham menos de 8 salários.
- a porcentagem dos funcionários que ganham no mínimo, 4 salários e no máximo, 16 salários (exclusive).
- o intervalo de maior frequência.
- a classe do 100º salário.
- a classe do 142º salário.
- a classe do 87º salário.

19) Considere as alturas de 30 pessoas, conforme tabela a seguir:

1,74	1,58	1,78	1,66	1,68
1,80	1,85	1,77	1,63	1,60
1,65	1,80	1,78	1,65	1,76
1,72	1,68	1,69	1,58	1,60
1,75	1,79	1,82	1,69	1,80
1,79	1,72	1,62	1,75	1,70

- construa o rol.
- determine o limite inferior e o limite superior da distribuição.
- utilizando a fórmula de Sturges, determine a quantidade de classes para se fazer o agrupamento dos dados.
- determine a amplitude de cada classe.
- construa uma tabela de frequências.
- qual o ponto médio da terceira classe?
- qual a classe que possui maior frequência?
- quantas pessoas possuem altura inferior a 1,73?
- qual o limite superior da quarta classe?
- qual o limite inferior da quinta classe?
- a qual classe pertence a 20ª altura?
- a qual classe pertence a 16ª altura?
- a qual classe pertence a 22ª altura?



20) A distribuição abaixo indica o número de acidentes ocorridos com 70 motoristas de uma empresa de ônibus:

Nº ACIDENTES	0	1	2	3	4	5	6	7
Nº MOTORISTAS	20	10	16	9	6	5	3	1

Determine:

- a) O número de motoristas que não sofreram nenhum acidente.
- b) O número de motoristas que sofreram pelo menos 4 acidentes.
- c) O número de motoristas que sofreram menos de 3 acidentes.
- d) A percentagem de motoristas que sofreram no mínimo 3 e no máximo 5 acidentes.
- e) A percentagem de motoristas que sofreram no máximo 2 acidentes.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula



21) Construa a distribuição de frequências para a série abaixo que representa o número de acidentes em determinado cruzamento observados por dia, durante 40 dias.

Números de acidentes por dia (x_i)	Números de dias (f_i)
0	30
1	5
2	3
3	1
4	1
Total	40

22) Complete o quadro de distribuição de frequências.

Classe	Int. classe	f_i	f_{ri}	F_i	F_{ri}
1	6 — 10	1			
2	10 — 14		0,25		
3	14 — 18			14	
4	18 — 22				0,90
5	22 — 26	2			
	Total	20		—	—



23) (Unifor-CE) Em certa eleição municipal foram obtidos os seguintes resultados:

Candidato	Porcentagem do total de votos	Números de votos
A	26%	
B	24%	
C	22%	
nulos ou em branco		196

O número de votos obtido pelo candidato vencedor foi:

- a) 178
- b) 182
- c) 184
- d) 188
- e) 191

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru



Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula



Respostas

- 1) a) população: 100 trabalhadores; unidade: trabalhador
 b) 17 trabalhadores
 c) massa; discreta
 d) 2, 0, 3 e 0.

2)

X_i	f_i	F_i
A	3	3
B	4	7
C	8	15
D	4	19
E	1	20
total	20	---

3) a)

x_i	f_i	F_i
0	5	5
1	13	18
2	27	45
3	2	47
4	2	49
5	1	50
total	50	---

b) 32



4)

programa	f_i	f_{ri}
Novelas	360	45%
Esportes	128	16%
Filmes	80	10%
Noticiários	32	4%
Shows	200	25%
total	800	100%

5) a)

x_i	f_i	F_i	f_{ri}	F_{ri}
1	2	2	10%	10%
2	5	7	25%	35%
3	2	9	10%	45%
4	2	11	10%	55%
5	5	16	25%	80%
6	4	20	20%	100%
total	20	---	100%	---

b) 2

c) 11

d) 20%

e) 45%

6) 5400, 5100, 3600, 3600, 2400, 1500

7)

x_i	f_i	F_i	f_{ri}	F_{ri}
10	1	1	4,2%	4,2%
11	3	4	12,5%	16,7%
12	4	8	16,7%	33,4%
13	5	13	20,8%	54,2%
14	7	20	29,1%	83,3%
15	2	22	8,3%	91,6%
16	1	23	4,2%	95,8%
17	1	24	4,2%	100%
total	24	---	100%	---

8) $AT = 108 - 62 = 46$

$k = 1 + 3,3 \cdot \log_{10} 100 = 7,6 \sim 8$

$h = 46 / 8 = 5,75 \sim 6$

nota	f_i	F_i
62 — 68	5	5
68 — 74	14	19
74 — 80	16	35
80 — 86	24	59
86 — 92	16	75
92 — 98	13	88
98 — 104	10	98
104 — 110	2	100
total	100	---

9) a)

R\$	Freq. absoluta	Freq. acumulada	Freq. Relativa absoluta	Ponto médio
500 — 700	6	6	30%	600
700 — 900	3	9	15%	800
900 — 1100	1	10	5%	1000
1100 — 1300	3	13	15%	1200
1300 — 1500	7	20	35%	1400
total	20	---	100%	---

b) 1000

c) 200

d) 700

e) 1100



f) 10
g) 45%

10) a) 900 b) 800 c) 1000 d) 950 e) 100 f) 76 g) 15,5% h) 262 i) 194 j) 138 k) 29,5%
l) 3ª classe (500|–600) m) 78% n) 19%

11)

i	Estaturas(cm)	f_i	x_i	f_{ri}	F_i	F_{ri}
1	1150 — 154	4	152	10,0%	4	10,0%
2	1154 — 158	9	156	22,5%	13	32,5%
3	1158 — 162	11	160	27,5%	24	60,0%
4	1162 — 166	8	164	20,0%	32	80,0%
5	1166 — 170	5	168	12,5%	37	92,5%
6	1170 — 174	3	172	7,5%	40	100%
		$\Sigma = 40$	-----	$\Sigma = 100\%$	-----	-----

12) a)

No. De irmãos	f_i	F_i	f_{ri}
0	6	6	20%
1	10	16	34%
2	6	22	20%
3	4	26	13%
4	3	29	10%
5	1	30	3%
total	30	-	100%

b) 14
c) 54%
d) 22 pessoas

13) AT=48 k=6,28 ~ 6 h=8

pesos	f_i	F_i	$f_{ri}(\%)$	$F_{ri}(\%)$
45 — 53	3	3	7,5	7,5
53 — 61	11	14	27,5	35
61 — 69	12	26	30	65
69 — 77	9	35	22,5	87,5
77 — 85	4	39	10	97,5
85 — 93	1	40	2,5	100
total	40	---	100	---

14)

Massas(kg)	f_i	x_i	f_{ri}	F_i	F_{ri}
47 — 55	4	51	8%	4	8%
55 — 63	6	59	12%	10	20%
63 — 71	9	67	18%	19	38%
71 — 79	12	75	24%	31	62%
79 — 87	8	83	16%	39	78%
87 — 95	9	91	18%	48	96%
95 — 103	2	99	4%	50	100%
total	50	-----	100%	-----	-----

15)

Notas	f_i	f_{ri}	F_i	F_{ri}
30 — 40	4	8%	4	8%
40 — 50	6	12%	10	20%
50 — 60	9	18%	19	38%
60 — 70	11	22%	30	60%
70 — 80	9	18%	39	78%
80 — 90	7	14%	46	92%
90 — 100	4	8%	50	100%
Σ	50	100%	-	-

d) 4ª classe (60 |— 70)



- e) $L_i = 70$
- f) $AT = 100 - 30 = 70$
- g) 3
- h) 10
- i) 20
- j) 30%
- k) 60
- l) 65
- m) 92%
- n) 80%

16)

Faces	f_i	f_{ri}	F_i	F_{ri}
1	9	9%	9	9%
2	12	12%	21	21%
3	23	23%	44	44%
4	17	17%	61	61%
5	20	20%	81	81%
6	19	19%	100	100%
Σ	100	100%	-	-

- a) 3
- b) 9
- c) 61%
- d) 19%
- e) 91

17)

Idade (anos) x_i	Nº de alunos (f_i)	f_{ri}	F_i	F_{ri}
17	3	6%	3	6%
18	18	36%	21	42%
19	17	34%	38	76%
20	8	16%	46	92%
21	4	8%	50	100%
Σ	50	100%	-	-

- a) 3
- b) 36%
- c) 58%
- d) 43

18)

Classe	Faixa salarial (SM)	Nº de funcionários	f_{ri}	F_i	F_{ri}
1	0 — 2	30	20%	30	20%
2	2 — 4	36	24%	66	44%
3	4 — 6	21	14%	87	58%
4	6 — 8	18	12%	105	70%
5	8 — 10	15	10%	120	80%
6	10 — 12	12	8%	132	88%
7	12 — 14	9	6%	141	94%
8	14 — 16	6	4%	147	98%
9	16 — 18	3	2%	150	100%
	Σ	150	100%	-	-

- b) 15
- c) 4%
- d) 132
- e) 120
- f) 18
- g) 70%
- h) 54%
- i) 2º intervalo (2 — 4)
- j) 4ª (6 — 8)
- k) 8ª (14 — 16)
- l) 3ª (4 — 6)



19) a)

1,58	1,58	1,60	1,60	1,62	1,63	1,65	1,65	1,66	1,68	1,68	1,69	1,69
1,70	1,72	1,72	1,74	1,75	1,75	1,76	1,77	1,78	1,78	1,79	1,79	1,80
1,80	1,80	1,82	1,85									

b) $L_i=1,58$ $L_s=1,85$

c) 6

d) 0,05

e)

Classe	Alturas	f_i	F_i
1	1,58 — 1,63	5	5
2	1,63 — 1,68	4	9
3	1,68 — 1,73	7	16
4	1,73 — 1,78	5	21
5	1,78 — 1,83	8	29
6	1,83 — 1,85	1	30
	Σ	30	--

f) 1,705

g) 5ª (1,78 |— 1,83)

h) 16

i) 1,78

j) 1,78

k) 4ª (1,73 |— 1,78)

l) 3ª (1,68 |— 1,73)

m) 5ª (1,78 |— 1,83)

20) a) 20 b) 15 c) 46 d) 29% e) 66%

21)

Nº de acidentes (x_i)	Nº de dias (f_i)	fr_i	F_i	F_{ri}
0	30	0,75	30	0,75
1	5	0,125	35	0,875
2	3	0,075	38	0,95
3	1	0,025	39	0,975
4	1	0,025	40	1,000
Total	40	1,00	-	-

22)

Classe	Int. classe	f_i	fr_i	F_i	F_{ri}
1	6 — 10	1	0,05	1	0,05
2	10 — 14	5	0,25	6	0,30
3	14 — 18	8	0,40	14	0,70
4	18 — 22	4	0,20	18	0,90
5	22 — 26	2	0,10	20	1,00
-	Total	20	1,00	-	-

23) alternativa b





Site: <http://www.professorguru.com.br>

Facebook: <http://www.facebook.com/professorguru>

Canal Professor Guru no Youtube: <http://www.youtube.com/c/professorguru>

