Medidas de Posição

Depois de se fazer a coleta e a representação dos dados de uma pesquisa, é comum analisarmos as tendências que essa pesquisa revela. Assim se a pesquisa envolve muitos dados, convêm sintetizarmos todas essas informações a um mínimo de parâmetros que possam caracterizá-la. Esses parâmetros podem ser de:

- **centralização**: média aritmética, mediana e moda.
- **separatrizes**: mediana, quartis e percentis.

E também, utilizamos as medidas de dispersão que serão vistas posteriormente: intervalo de variação, desvio médio, variância e desvio padrão.

1. Média ($\overline{x}$ ou μ)

A média caracteriza o centro da distribuição de frequências, sendo, por isso uma medida de posição. Podemos definir vários tipos de médias de um conjunto de dados, temos a média aritmética, a média geométrica, a média harmônica, etc.

Aqui, trabalharemos exclusivamente com a média aritmética (simples ou ponderada).

É comum distinguirmos, em termos de notação, a média amostral e a média populacional, embora o cálculo de ambas seja o mesmo e apresente, portanto, o mesmo resultado. As notações para a média populacional e média amostral são:

$\overline{x}$ (lê-se: "xis barra") → média amostral

μ (lê-se: "mi") → média populacional

Há três formas para calcular a média. Isso depende de como está o nosso conjunto de dados: não agrupados, agrupados sem classes ou agrupados com classes.

Importante

Nunca devemos arredondar o valor da média, mesmo que esse número não faça, aparentemente, sentido. Por exemplo: se calculamos que o número médio de filhos é 1,8, não devemos arredondar para 2. Embora não faça sentido falarmos em 1,8 filhos por família, pense em 18 filhos (em média) a cada 10 famílias, ou, ainda, 180 filhos, em média, a cada 100 famílias. Agora, o número médio passa a ter um sentido "prático".

ATENÇÃO!

A média **não** deve ser arredondada! Valores decimais podem não fazer sentido para a variável em estudo, mas para a média, tais valores fazem sentido (veja o tópico "Importante" anterior).

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

Caso I: Dados não agrupados

Para uma sequência numérica X: x_1, x_2, ..., x_n, a média aritmética simples, que designamos por $\bar{X}$ ou μ é definida por:

$$\bar{X} = \mu = \frac{\sum x_i}{n}$$

Exemplo

Calcular a média da série X : 2, 0, 5, 3.

Aplicando a fórmula:

$$\bar{x} = \frac{2+0+5+3}{4} = 2{,}5$$

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

Caso II: Dados agrupados sem intervalos de classe

Se os dados estão apresentados na forma de uma variável discreta faremos a média aritmética ponderada considerando as frequências simples de f_i como sendo as ponderações dos elementos x_i correspondentes:

Assim a fórmula para o cálculo da média é:

$$\bar{x} = \mu = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \quad \text{ou} \quad \bar{x} = \mu = \frac{\sum x_i f_i}{n}$$

Exemplo

Considerando a distribuição:

x_i	f_i
2	1
4	3
5	2
total	**6**

n

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{2.1 + 4.3 + 5.2}{1+3+2} = \frac{2+12+10}{6} = 4$$

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

Caso III: Dados agrupados com intervalos de classe

Quando os dados estão agrupados com intervalos de classes, ou seja, quando se trata de uma variável contínua, se aceita, por convenção, que as frequências se distribuem uniformemente ao longo da classe e que, portanto, o ponto médio da classe é o valor representativo do conjunto. Neste caso a média será calculada fazendo a média aritmética ponderada considerando as frequências simples de f_i como sendo as ponderações dos elementos x_i correspondentes, **onde x_i é o ponto médio do intervalo**. Assim, a fórmula para o cálculo da média é a mesma que a do caso II:

$$\overline{x} = \mu = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \quad \text{ou} \quad \overline{x} = \mu = \frac{\sum x_i f_i}{n}$$

Relembrando:

Ponto médio de uma classe (x_i) corresponde à soma do limite inferior com o limite superior dessa classe, dividindo o resultado por 2. Ou seja:

$$\text{Ponto médio} = x_i = \frac{LI_{classe} + LS_{classe}}{2}$$

Exemplo

Considere a distribuição:

classe	f_i	x_i
180 |— 200	4	190
200 |— 220	18	210
220 |— 240	10	230
240 |— 260	5	250
260 |— 280	3	270
total	40	---

$$\frac{180+200}{2}=190$$

$$\frac{200+220}{2}=210$$

n

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i f_i}{n}=\frac{190.4+210.18+230.10+250.5+270.3}{4+18+10+5+3}=\frac{8900}{40}=222{,}50$$

Fique atento!

A média é um valor que deverá ser sempre maior ou igual ao menor valor do seu conjunto de dados e, ao mesmo tempo, será sempre menor ou igual ao maior valor do seu conjunto de dados. Ou seja:

$$mínimo \leq \bar{x} \leq máximo$$

Ou ainda:

$$mínimo \leq \mu \leq máximo$$

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

2. Moda (Mo)

A moda de uma série de valores é o valor de maior frequência absoluta, ou seja, o valor que aparece o maior número de vezes na distribuição. **Fique atento: moda é um valor, ou seja, x_i. Moda NÃO é a frequência (f_i)!**

Assim como no caso da média, vamos considerar três casos para obtermos a moda.

Caso I: Dados não agrupados

Exemplo 1

Dada a série: 2, 0, 0, 5, 3, observamos que o valor 0 ocorreu duas vezes. Logo, Mo = 0.

Exemplo 2

Seja o ROL: 1, 2, 5, 7, 12,18, notamos que não existe um valor que apareça mais vezes. Neste caso, dizemos que a série de dados é **amodal** (não há moda).

Exemplo 3

Dada a série: 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 6, vemos que os valores 2 e 3 ocorreram três vezes cada um. Neste caso, temos dois valores modais, ou seja, Mo = 2 e 3. A série é dita **bimodal**.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

Caso II: Dados agrupados sem intervalos de classe

Exemplo

Considerando a distribuição:

x_i	f_i
2	1
4	3
5	2
total	**6**

A **maior frequência** é 3, que corresponde ao **valor** 4. Logo, **Mo = 4**.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

Caso III: Dados agrupados com intervalos de classe

Neste caso, a classe que apresenta a maior frequência é denominada classe modal. No caso de distribuição de frequências em classes de mesma amplitude, a moda corresponde a um ponto pertencente à classe modal dado pela fórmula de Czuber:

$$Mo = L_{Mo} + \left(\frac{D_1}{D_1 + D_2}\right).h$$

com

$$D_1 = f_{mo} - f_{ant}$$

$$D_2 = f_{mo} - f_{post}$$

onde:

L_{Mo} = limite inferior da classe modal

f_{Mo} = frequência absoluta da classe modal

f_{ant} = frequência absoluta da classe imediatamente anterior à classe modal

f_{post} = frequência absoluta da classe imediatamente posterior à classe modal

h = amplitude da classe modal

Fique atento!

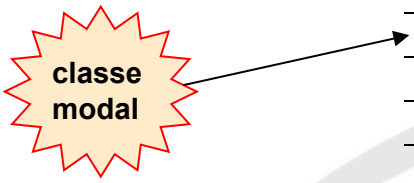
Nas fórmulas anteriores, perceba que sempre teremos $D_1 \geq 0$ e $D_2 \geq 0$, pois f_{mo} é a maior frequência absoluta da tabela.

Consequentemente, f_{ant} e f_{post} serão, necessariamente, menores ou iguais a f_{mo}.

Portanto, **não faz sentido obtermos valores negativos para D_1 ou D_2!**

Exemplo

Considere a distribuição:



classe	f_i	x_i
180 |— 200	4	190
200 |— 220	18	210
220 |— 240	10	230
240 |— 260	5	250
260 |— 280	3	270
total	40	---

Inicialmente, devemos localizar a CLASSE MODAL, ou seja, a classe que conterá a moda. Ela corresponde ao intervalo que possui maior frequência. No caso:

200 |— 220. Feito isso, basta aplicarmos a fórmula de Czuber:

L_{Mo} = 200

f_{Mo} = 18

f_{ant} = 4

f_{post} = 10

h = 220-200 = 20

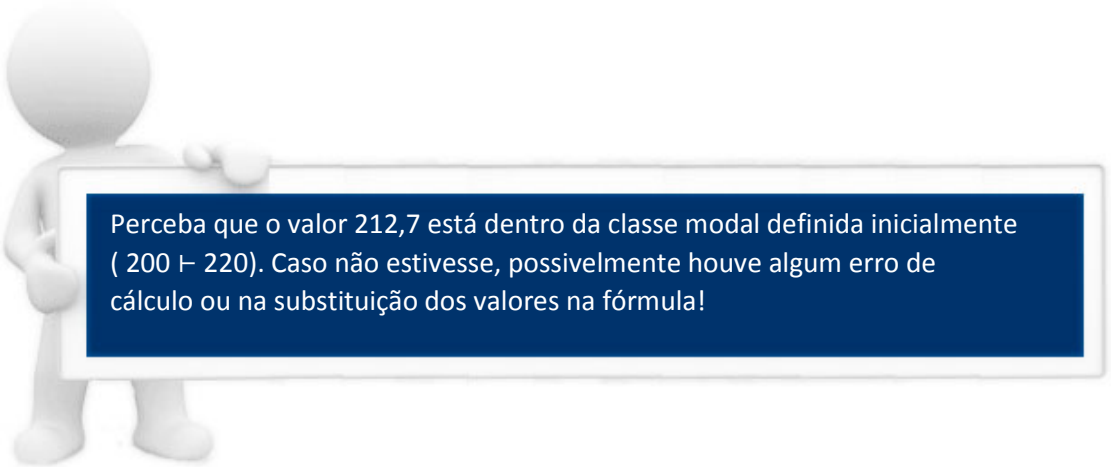
Logo:

D_1 = 18 – 4 = 14

D_2 = 18 – 10 = 8

A moda será:

$$M_o = 200 + \left(\frac{14}{14+8}\right).20 = 200 + \frac{14}{22}.20 = 212{,}7$$



Perceba que o valor 212,7 está dentro da classe modal definida inicialmente (200 ⊢ 220). Caso não estivesse, possivelmente houve algum erro de cálculo ou na substituição dos valores na fórmula!

ATENÇÃO!

A moda **não** precisa ser um dos valores da distribuição e **não** deve ser arredondada!

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

3. Mediana (Md)

A mediana de um conjunto de valores, colocados em rol, é o valor situado de tal forma no conjunto que o separa em dois subconjuntos de mesmo número de elementos (elemento que ocupa a posição central). Em outras palavras, tendo-se um conjunto de dados ordenados de maneira crescente (ROL), **a mediana é o valor** que separa os 50% dos menores dados dos 50% maiores.

Caso I: Dados não agrupados

Exemplo 1: CASO ÍMPAR

Sejam os resultados de 5 lançamentos de um dado: 2, 4, **4**, 5, 6. A mediana corresponde ao valor 4, visto que ele é o valor central, deixando 2 dados à sua esquerda e 2 à sua direita. Assim, Md = 4.

Note que n=5 (ímpar). A **posição** ocupada pela mediana é a 3ª. Essa posição poderia ser obtida da seguinte forma:

$\frac{n}{2} + 0{,}5 = \frac{5}{2} + 0{,}5 = 3ª$ **posição** que corresponde ao **valor** Md=4.

Exemplo 2: CASO ÍMPAR

Sejam as idades de 9 pessoas: 37, 28, 40, 41, 45, 37, 37, 41, 44.

Colocando os dados em rol temos: 28, 37, 37, 37, **40**, 41, 41, 44, 45.

A mediana corresponde ao **valor** 40 (ou seja, idade), pois há quatro valores à esquerda de 40 e quatro valores à direita de 40. Assim, Md=40.

Perceba que a posição ocupada pela mediana é a 5ª. Utilizando o mesmo raciocínio do exemplo anterior, podemos obter essa posição através do seguinte cálculo:

$\frac{n}{2}+0{,}5=\frac{9}{2}+0{,}5=5^{ª}$ **posição** que corresponde ao **valor** Md=40.

Exemplo 3: CASO PAR

Considere o número de filhos de 6 famílias: 0, 0, **1**, **2**, 3, 3. Perceba que a mediana não poderia ser 1, pois deixaria dois valores à esquerda e três à direita. Da mesma forma, a mediana não poderia ser 2, pois deixaria três valores à esquerda e dois valores à direita. Dessa forma, a mediana será a média aritmética dos dois valores centrais:

$$Md=\frac{1+2}{2}=1{,}5$$ **(nunca arredondar!)**

Observe que a mediana corresponde à média dos **valores** que ocupam a 3ª e 4ª **posições**. Essas posições podem ser obtidas da seguinte forma:

$\frac{n}{2}=\frac{6}{2}=3^{ª}$ posição **e** $\frac{n}{2}+1=\frac{6}{2}+1=3+1=4^{ª}$ posição.

Novamente, vamos ressaltar: a **3ª posição** é ocupada pelo **valor 1**; a **4ª posição** é ocupada pelo **valor 2**. A mediana é, portanto, o **valor 1,5.**

Exemplo 4: CASO PAR

Sejam as idades de 8 pessoas: 21, 24, 28, **31, 34**, 35, 38, 38

A mediana corresponde a média aritmética dos dois valores centrais, que são 31 e 34. Assim:

$Md=\frac{31+34}{2}=32{,}5$ anos.

Note que o **valor 31 anos** está na **4ª posição** e o **valor 34 anos** ocupa a **5ª posição**. Vamos obter essas posições utilizando a mesma fórmula do exemplo anterior:

$\frac{n}{2}=\frac{8}{2}=4^{ª}$ posição **e** $\frac{n}{2}+1=\frac{8}{2}+1=4+1=5^{ª}$ posição

Logo, a **mediana** corresponderá a média dos **valores que ocupam as posições calculadas**.

ATENÇÃO!

A mediana **não** precisa ser um dos valores da distribuição e **não** deve ser arredondada!

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

Caso II: Dados agrupados sem intervalos de classe

Para determinarmos à mediana de uma distribuição de dados discreta, vamos trabalhar com as situações de **n par** ou **n ímpar** que citamos nos exemplos do caso I. Para facilitar a localização da posição da mediana, utilizaremos a frequência acumulada.

Exemplo 1: n ÍMPAR

Considerando a distribuição:

idades	f_i	F_i	Significado de F_i (posições)
12	3	3	1ª a 3ª
14	5	8	4ª a 8ª
15	6	14	9ª a 14ª
16	2	16	15ª a 16ª
17	5	21	17ª a 21ª
total	21	---	---

Inicialmente, calculamos a **posição** ocupada pela mediana utilizando a regra de **n** ímpar:

$$\frac{21}{2} + 0{,}5 = 10{,}5 + 0{,}5 = 11ª \text{ posição.}$$

Na tabela, localizamos a linha que contém a **11ª posição**, que no caso é a terceira linha. Verificamos o **valor** que está nessa linha, que no caso é a **idade 15**. Assim, **Md = 15 anos**.

Exemplo 2: n PAR

Considere a distribuição:

idades	f_i	F_i	Significado de F_i (posições)
20	2	2	1ª a 2ª
21	5	7	3ª a 7ª
22	7	14	8ª a 14ª
total	14	---	---

Calculando a **posição** da mediana, utilizando a regra de **n** PAR:

$\frac{14}{2} = 7$ª posição **e** a seguinte, ou seja, 8ª posição.

Ou seja, os **valores centrais** da distribuição **ocupam a 7ª e 8ª posições**.

Na tabela, vemos que a **7ª posição** é ocupada pelo **valor (idade) 21 anos**, enquanto que a **8ª posição** é ocupada pelo **valor 22 anos**. A mediana da distribuição será:

$Md = \frac{21+22}{2} = 21{,}5$ anos.

Mais uma vez, perceba que a **mediana é um valor**. As posições são calculadas apenas para que cheguemos a esse valor, que no caso é Md=21,5.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

Caso III: Dados agrupados com intervalos de classe

Quando estamos trabalhando com variáveis contínuas, ou seja, quando os dados estão agrupados em classes, determinamos a classe na qual se encontra a mediana, que chamaremos de **classe mediana**. Neste caso, **não** nos preocuparemos se estamos trabalhando com uma quantidade de dados par ou ímpar, visto que apenas precisamos determinar a classe que contém a mediana. Em seguida, calculamos o valor da mediana através da fórmula:

$$Md = L_{Md} + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{ant}}{f_{Md}} \right) . h$$

em que:

L_{Md} é o limite inferior da classe mediana;

F_{ant} é a frequência acumulada da classe anterior à classe mediana;

h é a amplitude do intervalo da classe mediana;

f_{Md} é a frequência simples (ou absoluta) da classe mediana.

Fique atento!

Quando trabalhamos com **variáveis contínuas**, ou seja, aquelas que possuem **classes**, **não devemos utilizar as regras do PAR ou do ÍMPAR** apresentadas anteriormente. Neste caso, **utilizamos a fórmula anterior** para o cálculo da mediana.

Exemplo 1

Considere a distribuição:

classe	f_i	F_i	Significado de F_i (posições)
180 |— 200	4	4	1ª a 4ª
200 |— 220	18	22	5ª a 22ª
220 |— 240	10	32	23ª a 32ª
240 |— 260	5	37	33ª a 37ª
260 |— 280	3	40	38ª a 40ª
total	40	---	---

Vamos verificar qual a classe que contém a mediana. Para isto, vamos calcular a **posição** ocupada pela mediana:

$\frac{40}{2} = 20^{a}$ **posição.**

Note que essa posição corresponde à classe 200 |— 220. Esta é a **classe mediana**. Utilizando a fórmula apresentada:

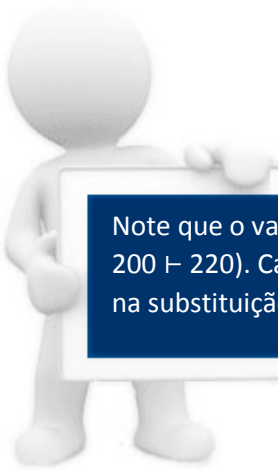
$L_i = 200$

$F_{ant} = 4$

$h = 220 - 200 = 20$

$f_{Md} = 18$

$$Md = 200 + \left(\frac{\frac{40}{2} - 4}{18} \right).20 = 200 + 17{,}78 \Rightarrow \mathbf{Md} = 217{,}78$$



Note que o valor 217,78 está dentro da classe mediana definida inicialmente (200 ⊢ 220). Caso não estivesse, possivelmente houve algum erro de cálculo ou na substituição dos valores na fórmula!

Exemplo 2

Considerando a distribuição:

Alturas (cm)	f_i	**Fi**	**Significado de F_i (posições)**
150 |— 154	4	4	1ª a 4ª
154 |— 158	9	13	5ª a 13ª
158 |— 162	11	24	14ª a 24ª
162 |— 166	8	32	25ª a 32ª
166 |— 170	5	37	33ª a 37ª
170 |— 174	4	41	38ª a 41ª
total	41	---	---

classe mediana

Cálculo da classe mediana: $\frac{41}{2} = 20{,}5$ ª posição. Vamos arredondar para a **21ª posição**. Na tabela, identificamos que essa posição se encontra na classe 158 |— 162. Usando a fórmula:

Li = 158

F_{ant} = 13

h = 162 – 158 = 4

f_{Md} = 11

$$Md = 158 + \left(\frac{\frac{41}{2} - 13}{11} \right).4 = 158 + 2{,}72 \Rightarrow \textbf{Md} = 160{,}72 \text{ cm}$$

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

4. Exemplos

Vamos obter a média, a moda e a mediana para os casos a seguir.

Exemplo 1

Considere as notas obtidas por 25 alunos, numa avaliação de Estatística, distribuídas na tabela abaixo. Determine a média, a mediana e a moda.

Nota	f_i	F_i
4	1	1
5,5	5	6
6	3	9
8,5	8	17
9	5	22
10	3	25
Total	25	---

Média: $\mu = \bar{x} = \frac{\sum f_i . x_i}{n} = \frac{1.4 + 5.5{,}5 + 3.6 + 8.8{,}5 + 5.9 + 3.10}{25} = \frac{192{,}5}{25} = 7{,}7$.

Moda: é o valor com maior frequência. Na tabela, vemos que a maior frequência é 8 e corresponde à nota 8,5. Logo, Mo = 8,5.

Mediana: inicialmente, calculamos a posição da mediana usando a regra do n ÍMPAR:

$\frac{25}{2} + 0{,}5 = 12{,}5 + 0{,}5 = 13$ ª posição. Utilizando a coluna da frequência acumulada, percebemos que **o valor que ocupa a 13ª posição é a nota 8,5**. Assim, Md = 8,5.

Resumindo: a nota média obtida na prova feita pelos 25 alunos é 7,7, sendo que a nota 8,5 ocorreu com a maior frequência (moda) e 8,5 é a nota que separa as 50% menores notas obtidas das 50% maiores (mediana).

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

Exemplo 2

A tabela abaixo indica o aluguel de um grupo de casas.

Classe	*Aluguel (R$)*	*Nº de casas*	F_i	x_i *(ponto médio)*
1	0 ├— 200	30	30	100
2	200 ├— 400	52	82	300
3	400 ├— 600	28	110	500
4	600 ├— 800	7	117	700
5	800 ├— 1.000	3	120	900
	total	120	---	---

Média: para o cálculo da média, construímos, na tabela, a coluna do ponto médio, que corresponderá ao nosso x_i. Aplicando a fórmula:

$$\mu = \bar{x} = \frac{30.100 + 52.300 + 28.500 + 7.700 + 3.900}{120} = \frac{40200}{120} = 335 \text{ reais.}$$

Moda: observando as frequências absolutas, percebemos que a segunda classe é aquela que possui a maior frequência, ou seja, a classe modal é 200 ├— 400.

Calculamos as diferenças:

$D_1 = f_{Mo} - f_{ant} = 52 - 30 = 22$

$D_2 = f_{Mo} - f_{post} = 52 - 28 = 24$

Aplicando a fórmula de Czuber:

$$Mo = L_{Mo} + \left(\frac{D_1}{D_1 + D_2}\right).h = 200 + \left(\frac{22}{22+24}\right) \cdot 200 = 200 + \frac{22}{46} \cdot 200 = 200 + 95,7 = 295,7 \text{ reais.}$$

Mediana: inicialmente, calculamos a posição da mediana para, em seguida, determinar a classe mediana.

$$\frac{120}{2} = 60 \text{ ª posição}$$

Esta posição está na segunda classe, ou seja, na classe 200 ├— 400 (classe mediana).

Logo:

$L_{Md} = 200$

$F_{ant} = 30$

h= 400 – 200 = 200

$f_{Md} = 52$

Aplicando a fórmula:

$$Md = L_{Md} + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{ant}}{f_{Md}} \right).h = 200 + \left(\frac{\frac{120}{2} - 30}{52} \right).200 = 200 + 115,4 = 315,4 \text{ reais}$$

Resumindo: o aluguel médio das casas pesquisadas é R$ 335,00, sendo que o valor que mais ocorre é R$ 295,70 e o valor mediano encontrado foi R$ 315,40, ou seja, metade dos alugueis cobrados tem valor superior ao mediano e a outra metade possui valor inferior a R$ 315,40.

ATENÇÃO!

A mediana e a moda podem estar ambas na **mesma classe** ou podem estar em **classes diferentes**. Isso depende do conjunto de dados em estudo.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

5. A média é representativa?

A média é uma medida que representa bem o conjunto de dados?

Consideremos os conjuntos de valores, por exemplo, de 5 provas feitas por um aluno A e um outro B:

A: 5, 5, 5, 5, 5

B: 0, 0, 5, 10, 10

Note que a média das provas de ambos alunos é a mesma, ou seja, $\mu A = \mu B = 5$. Porém, é nítido que os alunos não tiveram o mesmo desempenho ao longo das provas. Enquanto A se manteve constante, B foi muito mal no começo mas muito bem no final. Assim, só a média não é capaz de traduzir o conjunto de dados.

Dessa forma, com a utilização da moda e da mediana, passamos a ter uma visão melhor de como se comportam os dados em nosso conjunto (no caso que não temos acesso ao conjunto de dados brutos). Assim, vejamos uma tabela comparativa:

Grupo	A	B
Média	5	5
Moda	5	0 e 10
Mediana	5	5

Observando esses resultados, percebemos que o conjunto A possui uma variabilidade de notas maior que o do conjunto B, dando indícios que as notas em A foram mais homogêneas que as notas em B. Mesmo assim, para termos certeza disso, devemos calcular outras medidas estatísticas, chamadas de medidas de dispersão que estudaremos mais adiante.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** desse conteúdo no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

6. Exercícios

1) Calcule a moda, a mediana e a média das seguintes séries:
i. 46, 44, 49, 45, 44, 48, 50, 42, 47

ii. 1, 1, 3, 2, 3, 5, 4, 5, 3, 3, 2, 2, 1, 1

2) Calcule a mediana e a média do conjunto de dados apresentados pela seguinte distribuição de frequências:

x_i	8	12	16	20
f_i	7	16	20	5

3) Determine a média, a moda e a mediana em cada caso:

a) Em uma casa de repouso, as pessoas internadas têm as seguintes idades:

idade	*Nº de pessoas*
67	3
68	4
71	3
72	2
73	4
74	4
75	5
77	3
78	2

80	3
84	4
85	3
total	40

b) Considere a tabela, que representa a distribuição das áreas cultivadas, em hectares, de uma determinada região.

Dados: x_i: área em hectares, f_i: número de áreas cultivadas.

x_i	f_i
[0; 2[	30
[2; 4[	35
[4; 6[	60
[6; 8[	35
[8; 10[	15
[10; 12[	8
[12; 14[	2

4) A tabela abaixo indica os Custos, de uma determinada empresa, com encargos salariais:

Custos	f_i
[450; 550[	8
[550; 650[	10
[650; 750[	11
[750; 850[	16
[850; 950[	13
[950; 1.050[	5
[1.050; 1.150]	1

Determine:

a) a classe modal;
b) a moda da distribuição;
c) a classe mediana;
d) a mediana da distribuição;
e) construa o histograma e o polígono de frequências da distribuição.
f) a média salarial.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

5) A tabela seguinte fornece o número de erros gráficos por página de certo livro.

número de erros	0	1	2	3	4
número de páginas	84	25	8	2	1

Calcular:

a) o número médio de erros por página
b) o número mediano
c) qual é a moda da distribuição?

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

6) Numa pesquisa entre 250 famílias de certa cidade constataram-se os seguintes dados:

nº de filhos	0	1	2	3	4	5	6	7
nº de famílias	45	52	48	55	30	10	8	2

Para a distribuição do número de filhos, calcular a média, a mediana e a moda.

7) Se os dados do problema anterior estivessem computados como segue:

nº de filhos	0	1	2	3	4	mais do que 4
nº de famílias	45	52	48	55	30	20

qual das medidas (média, moda e mediana) não seria possível calcular?

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

8) Os dados seguintes referem-se ao tempo de vida (durabilidade) de 150 lâmpadas elétricas de certa fabricação, em centenas de horas.

Duração	nº de lâmpadas
0 |— 4	4
4 |— 8	12
8 |— 12	40
12 |— 16	41
16 |— 20	27
20 |— 24	13
24 |— 28	9
28 |— 32	4

a) Qual é a moda?
b) Calcular a vida média das lâmpadas.
c) Qual é a mediana?

9) A média dos salários dos funcionários de uma determinada empresa é 5 salários mínimos (5 SM), enquanto que a mediana é 4 SM. Sorteando-se ao acaso um dos funcionários, o que é mais provável: que ele ganhe mais ou que ele ganhe menos do que a média dos salários?

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

10) Uma prova foi aplicada a três classes, de 40, 48 e 46 alunos, e as médias de cada classe foram 6,0, 6,6 e 5,8, respectivamente. Qual é a média para os 134 alunos que fizeram a prova?

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

11) O valor com maior frequência em uma distribuição é:
a) a média b) a mediana c) a moda d) as três

12) Considere a seguinte distribuição referente a quantidade de acidentes semanais em determinado cruzamento de certa cidade:

nº de acidentes semanais em um cruzamento	0	1	2	3	4	mais do que 4
frequência	35	97	145	200	230	250

Qual das medidas (média, moda e mediana) não seria possível calcular?

13) Considere uma série estatística com 2351 elementos. A posição da mediana é representada pelo:

a) 1175º elemento
b) 1176º elemento
c) ponto médio entre o 1175º e o 1176º elemento
d) 1174º elemento
e) ponto médio entre o 1174º e o 1175º elemento

14) Um professor, após verificar que toda a classe obteve nota baixa, eliminou as questões que não foram respondidas pelos alunos. Com isso, as notas de todos os alunos foram aumentadas de 3 pontos. Então:

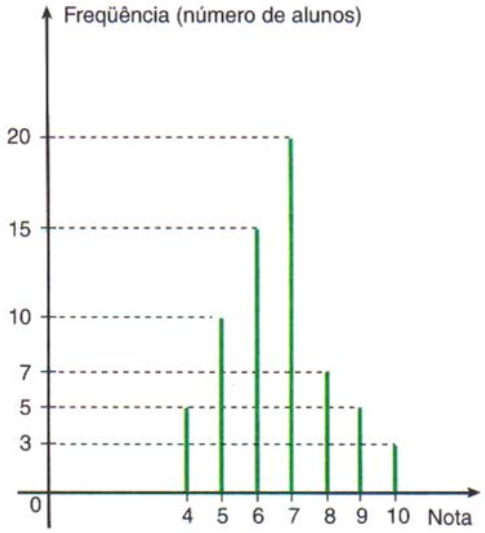
a) a média aritmética ficou alterada, assim como a mediana.
b) apenas a média aritmética ficou alterada.
c) apenas a mediana ficou alterada.
d) não houve alteração nem na média nem na mediana.
e) nada podemos afirmar sem conhecer o número total de alunos.

15) Calcule o número médio, mediano e modal de acidentes por dia em uma determinada esquina.

Números de acidentes por dia (x_i)	**Números de dias (f_i)**
0	30
1	5
2	3
3	1
4	1
Total	40

16) O gráfico a seguir mostra a distribuição de frequências das notas obtidas pelos alunos, da 2ª série do ensino médio, numa prova de Geografia. Determine:

a) a mediana dessa distribuição;
b) a moda dessa distribuição
c) a média das notas.



17) As notas de um candidato em seis provas de um concurso foram:

8,4 ; 9,1 ; 7,2 ; 6,8 ; 8,7 ; 7,2

Determine:

a) a nota média;
b) a nota mediana;
c) a nota modal.

18) Os salários-hora de cinco funcionários de uma companhia são:

R$ 75 ; R$ 90 ; R$ 83 ; R$ 142 ; R$ 88

a) qual o salário médio?
b) qual o salário mediano?

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

19) Considere as notas obtidas pelos alunos de uma classe em uma determinada prova:

Notas	Nº de alunos
2	1
3	3
4	6
5	10
6	13
7	8
8	5
9	3
10	1

Calcule:

a) a nota média;
b) a nota mediana;
c) a nota modal.

20) A partir de uma amostra de 70 pessoas obteve-se a tabela a seguir com as estaturas dos entrevistados:

Estaturas (cm)	frequência
150 ⊢ 158	5
158 ⊢ 166	12
166 ⊢ 174	18
174 ⊢ 182	27
182 ⊢ 190	8

Determine, para essa distribuição:

a) a média;
b) a mediana;
c) a moda.

21) Os pesos de 40 pessoas que estavam fazendo um tratamento de emagrecimento numa determinada clínica de São Paulo foram agrupados na tabela a seguir:

Pesos (kg)	f_i
145 ⊢ 151	10
151 ⊢ 157	9
157 ⊢ 163	8
163 ⊢ 169	6
169 ⊢ 175	3
175 ⊢ 181	3
181 ⊢ 187	1

Determine, para essa distribuição:

a) a média;
b) a mediana;
c) a moda.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

22) Considerando a distribuição abaixo, determine:

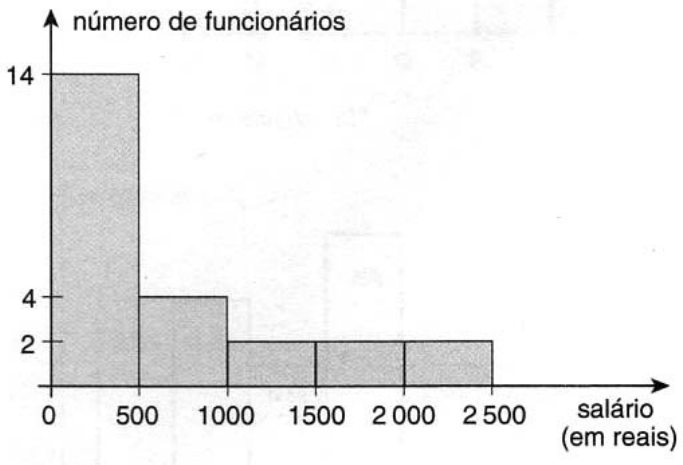
x_i	f_i
3	4
4	8
5	11
6	10
7	8
8	3

a) a média;
b) a mediana;
c) a moda.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

23) O histograma abaixo apresenta a distribuição de frequência das faixas salariais numa pequena empresa.



Com os dados disponíveis, calcule a média, a moda e a mediana desses salários.

24) Obtenha a mediana nos casos a seguir:

a) 12, 15, 10, 13, 11, 19

b) 7, 7, 5, 4, 3, 5, 5, 2, 3

c)

idade	Frequencia
10	5
11	7
12	6
13	8
total	26

d)

idade	Frequencia
12	7
13	9
14	6
15	11
total	33

e)

Salários (R$)	Frequencia
500 |-- 1000	17
1000 |-- 1500	12
1500 |-- 2000	11
2000 |-- 2500	5
total	45

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

25) Considere a tabela a seguir:

nº de animais domésticos em uma residência	0	1	2	Mais que 3
Quantidade de residências	66	94	31	191

Qual das medidas (média, moda e mediana) não seria possível calcular?

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

26) Considere uma série estatística com 4226 elementos. A mediana é representada pelo:

a) 2112º elemento
b) 2113º elemento
c) 2114º elemento
d) ponto médio entre o 2112º e o 2113º elementos
e) ponto médio entre o 2113º e o 2114º elementos

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

27) Em uma prova de vestibular, a banca examinadora verificou que uma questão estava mal formulada e, por isso, decidiu anular tal questão atribuindo 1 ponto a todos os candidatos. Após o acréscimo desse ponto, recalculou-se a nota média, mediana e modal obtida pelos candidatos. Pode-se dizer que:

a) Apenas a média e a moda sofreram alteração em seus valores.
b) Apenas a mediana e a moda sofreram alteração em seus valores.
c) Apenas a média e mediana sofreram alteração em seus valores.
d) A média, a moda e a mediana sofreram alteração com o acréscimo de exatamente 1 ponto.
e) A média, a moda e a mediana sofreram alteração, mas não é possível dizer em quantos pontos cada uma delas foi alterada.

28) Considere a tabela a seguir:

Nº de filhos	Frequência absoluta
0	X
1	12
2	20
3	Y
Total	**Z**

em que $X<4$ e $Y\leq 5$ com $X,Y,Z \in \mathbb{N}^*$. Considere as seguintes afirmações:

I. X + Y = Z.
II. 0 < média < 3.
III. O valor modal é 20.
IV. A mediana é igual a 2.

Estão corretas as afirmações:

a) apenas II e III.
b) apenas II e IV.
c) apenas II, III e IV.
d) apenas III.
e) apenas II.

29) Foi realizada uma amostragem dentre os funcionários de uma empresa e os salários de 40 funcionários pesquisados estão classificados segundo a tabela a seguir:

Salários (R$)	Frequência
800 ⊢ 2000	22
2000 ⊢ 3200	12
3200 ⊢ 4400	6
Total	40

Com relação à tabela:

a) Calcule o salário médio.
b) Determine o desvio padrão dos salários.
c) Determine o salário modal.
d) Utilizando o par de eixos abaixo, construa o histograma da distribuição.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

30) Em um curso semanal, há 62 alunos inscritos. No último mês, ocorreram 4 aulas. O professor contabilizou, quantas faltas tiveram os seus alunos e organizou os dados na tabela a seguir:

Número de faltas	*Número de alunos*
0	19
1	12
2	14
3	9
4	8
Total	62

A tabela nos mostra que, por exemplo, 14 alunos faltaram em 2 aulas daquele mês.

a) Qual a quantidade de faltas média desses alunos?
b) Qual o valor mediano das faltas?

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

Respostas

1) a) $\bar{X}$ =46,1 Mo = 44 Md = 46

b) $\bar{X}$ =2,6 Mo = 1 e 3 Md = 2,5

2) $\bar{X}$ =13,9 Mo = 16 Md = 16

3)a) $\bar{X}$ =75,3 Mo = 75 Md = 74,5

b) $\bar{X}$ =5,02 Mo=5 Md = 4,92

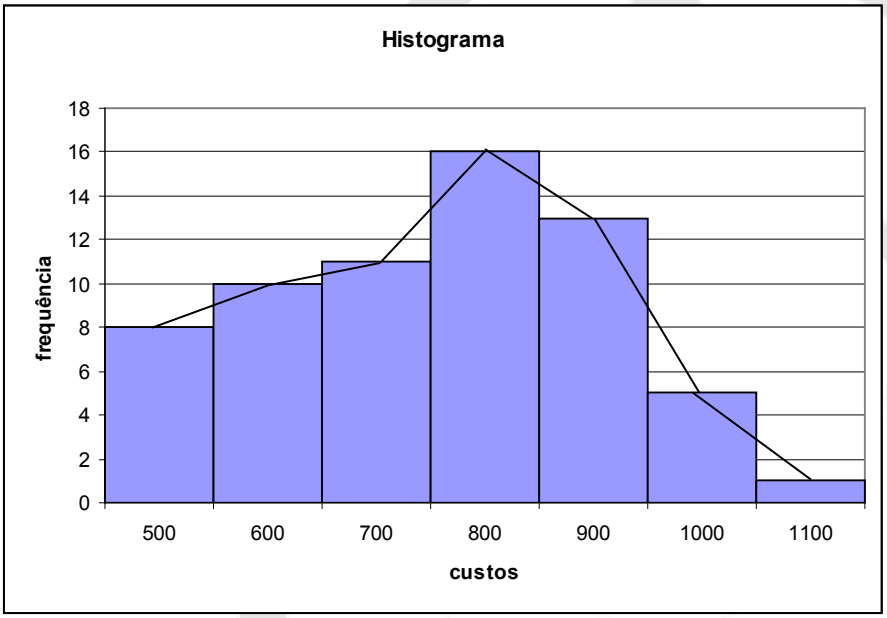
4) a) [750; 850[

b) 812,5

c) [750; 850[

d) 768,8

e)



f) 754,7

5) a) 0,425 b) 0 c) 0

6) $\bar{X}$ =2,18 Mo = 3 Md = 2

7) média não é possível calcular; Mo = 3; Md = 2.

8) a) 12,27 b) 14,53 c) 13,85

9) menos

10) 6,15

11) c

12) média e moda não conseguimos calcular; Md = 4.

13) b

14) a

15) média = 0,45 ; moda = 0; mediana = 0

16) a) 7 b) 7 c) 6,6

17) a) 7,9 b) 7,8 c) 7,2

18) a) R$ 95,6 b) R$ 88

19) a) 5,92 b) 6 c) 6

20) a) 172,4 b) 174 c) 176,6

21) a) 159,4 b) 157,8 c) 150,5

22) a) 5,4 b) 5 c) 5

23) $\bar{X}$ =708,33 Mo = 291,67 Md = 428,57

24) a) 12,5

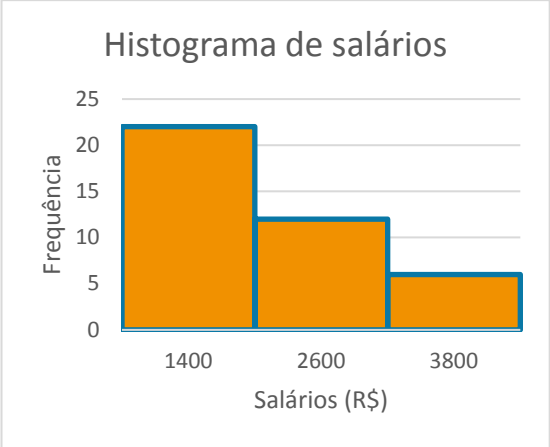
b) 5

c) 12 anos

d) 14 anos

e) R$ 1229,17

25) média, moda e mediana
26) e
27) d
28) b
29) a) R$ 2120,00
b) R$ 893,05
c) R$ 1625,00
d)



30) a) 1,60 faltas
b) 1,5 faltas

Site: http://www.professorguru.com.br

Facebook: http://www.facebook.com/professorguru

Canal Professor Guru no Youtube: http://www.youtube.com/c/professorguru